

## 基于锁相环和小波变换的 PSK 信号波特率估计

夏楠<sup>1</sup>, 邱天爽<sup>1</sup>, 李景春<sup>2</sup>

(1. 大连理工大学 电子信息与电气工程学部, 辽宁 大连 116024; 2. 国家无线电监测中心, 北京 100037)

**摘要:** 提出一种改进的基于小波变换的波特率估计方法, 使用基于锁相环技术的自适应相位跟踪方法实现相位同步并提取信号包络, 通过获得基带信号的小波变换的幅值来估计信号的波特率。这种改进方法能够有效地解决经典的 Chan 氏算法中存在的估计效果受初相和噪声影响的问题。仿真结果表明, 这种新方法有效并且与已有算法相比体现了其先进性。

**关键词:** 相位同步; 锁相环; 小波变换; 波特率估计

中图分类号: TN911.72

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2012)01-0096-06

## Symbol rate estimation of PSK signal based on PLL and wavelet transform

XIA Nan<sup>1</sup>, QIU Tian-shuang<sup>1</sup>, LI Jing-chun<sup>2</sup>

(1. Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. State Radio Monitoring Center, Beijing 100037, China)

**Abstract:** An improved algorithm for symbol rate estimation based on wavelet transform was proposed. The PLL based phase adaptive tracking approach was applied to synchronize the phase between the receiver and the transmitter and extract the signal envelope. The symbol rate was estimated from the wavelet transform magnitudes of the base-band signal. The improved algorithm effectively solved the problem on the result of estimation suffering from initial phases and noise occurred in the classical Chan's algorithm. Simulation results verify that the novel algorithm is efficient and superior to the existing algorithms.

**Key words:** phase synchronization; PLL; wavelet transform; symbol rate estimation

### 1 引言

移相键控(PSK)调制是通信系统中应用广泛的一种数字调制方式。要实现 PSK 信号的解调, 必须知道信号波特率。在无线电监测等应用问题中, 如何在低信噪比的条件下实现 PSK 信号波特率的精确估计, 是目前研究的热点。文献[1~3]根据 PSK 信号具有循环平稳特性, 通过求循环相关从而估计波特率。这种方法在低信噪比下能得到较好结果,

但是计算量大, 实现起来比较困难。在文献[4,5]中, Chan 提出利用小波变换来进行波特率估计, 将信号相位变化反映为小波变换后不同峰值幅度的变化。这种方法计算量小, 但是在信噪比低于 7dB 时性能显著变差。文献[6]对 Chan 氏算法进行了改进, 提高了算法的抗噪性能, 但是尚存在由于载频估计不准确而使包络提取效果变差的现象。文献[7]和文献[8]分别提出 2 个尺度小波变换、联合逆傅立叶变换和均方估计器的方法, 对 PSK 信号波特率估计, 进

收稿日期: 2010-05-19; 修回日期: 2010-12-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(30570475, 60372081); 教育部博士点基金资助项目(20050141025)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China (30570475, 60372081); The Ph.D. Programs Foundation of Ministry of Education of China (20050141025)

而提高估计的精确度与抗噪性。文献[9]通过 Morlet 小波变换同样可以实现波特率的准确估计。通过对 Chan 氏算法研究发现,该算法没有考虑载波的初始相位对波特率估计的影响。针对 Chan 氏算法存在的问题,本文深入研究了载波初相对小波变换的影响,提出一种基于锁相环的波特率盲估计方法。该方法采用锁相环对输入信号进行载频同步来提取信号包络,采用包络信号的小波变换来估计信号的波特率,有效解决了 Chan 氏算法中存在的问题。本文算法的另一优势还在于无须任何载频和信噪比的先验知识。实验仿真表明,在信噪比低至 0dB 情况下,本文算法仍能实现对 PSK 信号波特率的准确估计。

## 2 基于小波变换的 PSK 信号波特率估计原理

本文是针对文献[4,5]所提出的 Chan 氏算法的改进,文献中选择 Harr 小波作为基函数,其原因在于 Haar 小波对暂态信号,尤其是对信号相位的变化有较强的检测能力,且结构最为简单,故本文也同样选用 Haar 小波,并与 Chan 算法进行比较。设 PSK 信号为  $x(k)$ , 其小波变换的离散形式可表示为

$$CWT(a, t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \sum_k x(k) y \left( \frac{k-t}{a} \right) \quad (1)$$

其中,  $a$ 、 $t$  分别是小波的尺度和位移参数,  $y(k)$  是小波母函数。文献[4,5]中给出 Haar 小波离散表达式为

$$\frac{1}{\sqrt{a}} y \left( \frac{k}{a} \right) = \begin{cases} 1, & k = -a/2, -a/2+1, \dots, -1 \\ -1, & k = 0, 1, \dots, a/2-1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

当 PSK 信号被采样后,其复数形式可表示为

$$x(k) = \begin{cases} \sqrt{P} e^{j(w_c k + q_c)} e^{jF_l}, & (i-1)T \leq k < iT \\ \sqrt{P} e^{j(w_c k + q_c)} e^{j(F_l + b)}, & iT \leq k < (i+1)T \end{cases} \quad (3)$$

其中,  $P$  是 PSK 信号的功率,  $w_c$  为载频角频率,  $q_c$  为载波初始相位,  $T$  为 PSK 信号的符号周期,  $F_l = \frac{2\pi l}{M}$ ,  $l = 0, 2, \dots, M-1$ ,  $b = F_{i+1} - F_i$  为符号转换时可能出现的相位变化量。PSK 信号的 Haar 小波变换为

$$|CWT(a, t)| = 2(P/a)^{1/2} \left| \frac{\sin^2(w_c a/4)}{\sin(w_c/2)} \right|$$

$$(i-1)T + \frac{a}{2} < t < iT - \frac{a}{2} \quad (4)$$

$$|CWT(a, t)| = 2(P/a)^{1/2} \left| \frac{\sin(w_c a/4) \sin(w_c a/4 + b/2)}{\sin(w_c/2)} \right|, \quad t = iT \quad (5)$$

由式(4)和式(5)可知,在符号发生变化的时刻,PSK 信号相位发生突变,引起小波变换幅值的变化,如果小波尺度  $a$  选择较小,则有  $|\sin(w_c a/4 + b/2)| \approx |\sin(b/2)| \gg |\sin(w_c a/4)|$ ,即在相位发生突变时,小波变换幅值会出现一个尖峰,则峰—峰间隔为符号周期的整数倍,然后做 FFT 变换,最高谱峰对应的频率则为 PSK 信号的波特率<sup>[3]</sup>。

## 3 算法改进

### 3.1 Chan 氏算法分析

由式(5)可知,  $|CWT(a, t)| = 2(P/a)^{1/2}, t = iT$ ,在较低信噪比下,符号发生变化时,小波变换幅值出现的尖峰不明显,根据文献[4]和文献[5]的实验结果,Chan 氏算法在信噪比  $SNR < 7\text{dB}$  时失效,表明 Chan 氏算法对噪声比较敏感。另一方面,通过分析可知,小波变换只有在 PSK 信号瞬时值发生突变时才能检测出信号符号发生变化的位置,而载波初始相位  $q_c$  对这种符号变化的检测及后续的波特率估计影响很大,这是由于在符号发生变化的时刻,PSK 信号的瞬时相位可能是一个很接近零的值,即  $b \approx 0$ 。此时,当  $t = iT$  时的小波变换式(5)与  $t \neq iT$  时的小波变换式(4)相同,表明在符号发生变化的位置,信号的小波变换幅值没有产生尖峰,故 Chan 氏算法失效。基于前面对 Chan 氏算法的分析,本文提出一种基于自适应相位同步和小波变换的改进的波特率估计方法。使用锁相环对输入信号实现相位同步,从而提取输入信号的包络,再对信号包络进行小波变换,进而估计波特率。与 Chan 氏算法直接对输入信号进行小波变换相比,本文算法使用锁相环提取信号包络并归一化,消除了载波初相随机性对波特率估计的影响,并使包络信号的小波变换幅值在符号发生变化时尖峰更为明显,因此,本文算法可以有效改善信噪比对波特率估计的影响。

### 3.2 基于 PLL 技术的相位跟踪方法及收敛性与复杂性分析

锁相环在本文算法中是一个很重要的环节,因

为对输入信号提取包络是以载频的精确估计为前提的。但是实际上很难实现完全准确的估计。即使是很小的载频估计误差也会因为误差累积而使包络的提取效果变差，从而影响波特率的估计。与复杂的载频精确估计算法相比，锁相环是对输入信号进行实时处理，动态调整相位的误差，在载频同步的同时，实现对信号包络提取，且算法简单，易于实现。图 1 给出了本文算法的流程。

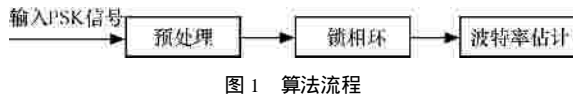


图 1 算法流程

图 1 中首先对输入 PSK 信号进行预处理，改善信号的信噪比，以消除由噪声引起的锁相环本振输出信号的相位抖动与频率不稳。本文使用主分量分析(PCA)对信号进行预处理。该方法能够有效抑制随机噪声，提高锁相环的性能并改善波特率估计的效果，且无需信号的统计先验知识。

锁相技术是一种相位负反馈技术<sup>[10-12]</sup>，它是通过比较输入信号和压控振荡器输出信号的相位，并取出与这 2 个信号的相位差成正比的电压作为误差电压来控制振荡器的频率，达到使其与输入信号频率相等的目的。本文基于锁相环思想给出相位及频率跟踪的迭代方程，方法如下。

步骤 1 初始化： $\hat{w}(0) = 0, \hat{j}(0) = 0$ ；

步骤 2 更新： $k = 1, 2, L$

获得信号包络：

$$A(k) = r(k)e^{-j\hat{j}(k-1)} \quad (6)$$

获得相位误差：

$$A_R(k) = \text{Re}\{A(k)\}/|A(k)|, A_I(k) = \text{Im}\{A(k)\}/|A(k)|$$

$$\Delta\hat{q}(k) = A_R(k)A_I(k) \quad (7)$$

获得频率更新：

$$\hat{w}(k) = \hat{w}(k-1) + c_1c_2\Delta\hat{q}(k) \quad (8)$$

获得相位更新：

$$\hat{j}(k) = \hat{j}(k-1) + \hat{w}(k-1) + c_1\Delta\hat{q}(k) \quad (9)$$

其中， $A(k)$  是提取的输入信号  $r(k) = A\exp(j(w(k) + f_0)) + n(k)$  的包络， $w(k)$  和  $f_0$  分别为输入信号的瞬时角频率和初始相位， $n(k)$  是均值为 0、方差为  $N_0/2$  的复高斯白噪声， $\Delta\hat{q}(k)$  是输入信号与输出信号的瞬时相位差，即  $\Delta\hat{q}(k) = j(k) - \hat{j}(k)$ ， $\hat{w}(k)$  是

估计出的输出信号瞬时频率， $\hat{j}(k)$  是输出信号的瞬时相位。从式(9)可以得到输入信号和输出信号的相位差表达式

$$\Delta\hat{q}(k) = \Delta\hat{q}(k-1) + (w(k-1) - \hat{w}(k-1)) - c_1\Delta\hat{q}(k)$$

$$= (1 + c_1c_2)\Delta\hat{q}(k-1) - c_1\Delta\hat{q}(k) \quad (10)$$

式(10)中，可以将输入信号与输出信号的频率误差近似为输出信号频率的迭代误差，如式(8)所示。因此，可以得到相位误差的迭代方程

$$\Delta\hat{q}(k) = \frac{1 + c_1c_2}{1 + c_1}\Delta\hat{q}(k-1) \quad (11)$$

由于  $c_1, c_2$  满足  $c_1, c_2 \in (0, 1)$ ，因此相位误差的迭代方程系数  $0 < (1 + c_1c_2)/(1 + c_1) < 1$ 。若  $\hat{j}(k)$  是  $j(k)$  的无偏估计，则可得到相位误差的方差迭代方程

$$\text{var}\{\Delta\hat{q}(k)\} = \left(\frac{1 + c_1c_2}{1 + c_1}\right)^2 \text{var}\{\Delta\hat{q}(k-1)\} \quad (12)$$

由式(12)可知， $k$  时刻的相位偏差要比  $k-1$  时刻的相位偏差小。因此，基于锁相环技术的相位及频率估计方法是收敛的。并且可以得到基于最大似然估计的相位误差的 Cramer-Rao 下界<sup>[12]</sup>：

$$s_{\Delta\hat{q}}^2 = \frac{-1}{E\left[\frac{\partial^2}{\partial q^2} \ln \Lambda(q)\right]} \frac{N_0/2T_0}{A^2} \quad (13)$$

其中， $T_0$  是噪声半边等效带宽，本文由于没有采用环路滤波器，而是直接对复信号进行处理，因而噪声等效带宽为  $T_0 \rightarrow +\infty$ ，进而可以得到  $s_{\Delta\hat{q}}^2 \rightarrow 0$ 。

下面考虑锁相环算法的计算复杂度：若将  $c_1c_2$  视为已知量，则在第  $k$  时刻计算式(6)需要 4 次实数乘法和 2 次实数加法，计算式(7)需要 6 次实数乘法和 2 次实数加法，计算式(8)需要 1 次实数乘法和 1 次实数加法，最后计算式(9)需要 1 次实数乘法和 2 次实数加法。因此，当锁相环经过  $k$  时刻实现载频与相位的同步，则需要完成  $12k$  次实数乘法以及  $7k$  次实数加法，其计算复杂度为  $O(k)$ 。

### 3.3 基于 Haar 小波变换的波特率估计方法

当锁相环锁定时提取出信号包络  $A(k)$ ，有

$$A(k) = \begin{cases} \sqrt{P}e^{j(q_c + F_i)} & , (i-1)T < k < iT \\ \sqrt{P}e^{j(q_c + F_i + b_1)} & , iT < k < (i+1)T \end{cases} \quad (14)$$

复包络  $A(k)$  的 Haar 小波变换为

$$CWT(a, t) = (P/a)^{j/2} \left\{ \sum_{k=t-a/2}^{t-1} e^{j(q_c+F_i)} - \sum_{k=t}^{t+a/2-1} e^{j(q_c+F_i)} \right\} = 0 \quad (15)$$

式(15)中,  $(i-1)T + \frac{a}{2} < t < iT - \frac{a}{2}$ , 即不包含幅度变化区间。

$$CWT(a, t) = (P/a)^{j/2} \left\{ \sum_{k=t-a/2}^{t-1} e^{j(q_c+F_i)} - \sum_{k=t}^{t+a/2-1} e^{j(q_c+F_i+b_1)} \right\} = \frac{(Pa)^{j/2}}{2} e^{j(q_c+F_i)} (1 - e^{jb_1}) \quad (16)$$

式(16)中, 包含幅度变化的区间, 且  $|b_1| = |F_{i+1} - F_i| = \left\{ \frac{2pl}{M} \right\}_{l=0}^{M-1}$ , 则这种改进算法可表示为

$$|CWT(a, t)| = \begin{cases} 0, & (i-1)T + \frac{a}{2} < t < iT - \frac{a}{2} \\ (Pa)^{j/2} |1 - e^{jb_1}|, & t = iT \end{cases} \quad (17)$$

改进算法式(17)中的  $b_1$  与 Chan 氏算法式(5)中的  $b$  有所不同,  $b$  可以是  $[-p, p]$  中的任意值, 而  $|b_1| = \left\{ \frac{2pl}{M} \right\}_{l=0}^{M-1}$ 。可见, 符号发生变化的时刻, 小波变换幅值的尖峰更明显, 并且不受载波初始相位的影响。对于小波尺度大小的选取, 一般情况下分解 3~5 个尺度为宜, 并对最大尺度下的 Harr 小波变换结果进行傅立叶变换, 进而估计信号的波特率。如果尺度选得过大, 则平滑化程度越高, 会造成奇异点位置偏移和形态突变。而选得过小, 会使小波变换模值偏小, 易受噪声影响。因此, 本文选用 4 个小波尺度进行分解, 并提取尺度 4 下的小波变换结果进行分析。

### 4 实验仿真

PSK 信号采样频率为  $f_s = 30\text{MHz}$ , 载频为  $f_c = 4\text{MHz}$ , 波特率为  $f_d = 300\text{kb/s}$ , 信号长度为 100 个符号, 加性噪声为高斯白噪声, 采用 Haar 小波。每组实验分别进行 100 次仿真, 对结果进行统计平均。

实验 1 在信噪比  $SNR=10\text{dB}$  时, 对本文算法进行仿真, 考察算法的有效性, 并对本振输出载频进行卡尔曼滤波, 如图 2 所示。

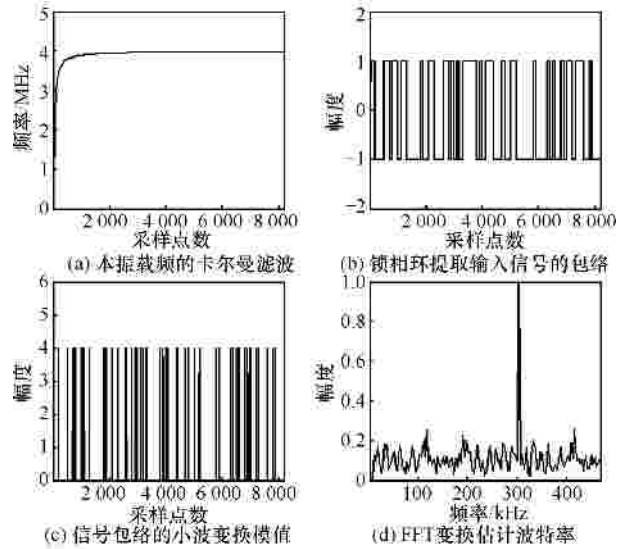


图 2 本文算法仿真

由图 2(a)和图 2(b)可知本文算法中锁相环能够对输入信号实现载频同步, 并提取出信号包络。图 2(c)中小波变换模值可以清晰地反映出符号发生变化的位置。图 2(d)是对图 2(c)中小波变换的结果进行 FFT 变换, 并对结果归一化处理, 进而得到最高谱峰对应的频率, 即为输入信号的波特率。定义仿真得到信号波特率为  $\hat{f}_d$ , 与真实波特率  $f_d$  的相对误差  $e = \hat{f}_d / f_d \times 100\% < 2\%$ , 此实验说明本文所提出的波特率估计方法是有效的。

实验 2 2PSK 信号载波初始相位  $q_c = 0^\circ$  时, 对 Chan 氏算法和本文算法分别考察信噪比对波特率估计的影响, 如图 3 所示。

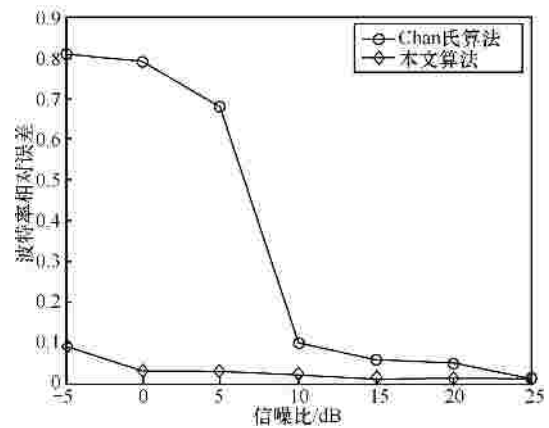


图 3 不同信噪比下算法对比

由实验 2 可知 本文算法在信噪比  $SNR > 0\text{dB}$  时, 能够准确地估计波特率, 而 Chan 氏算法的估计效果在信噪比  $SNR < 7\text{dB}$  时明显变差, 如图

3 所示。这是因为与 Chan 氏算法相比，本文算法在符号发生变化时刻，小波变换幅值的尖峰更明显，因此具有更强的抑制噪声的能力。

实验 3 2PSK 信号信噪比  $SNR=10dB$  时，分别考察 Chan 氏算法和本文算法载波初始相位对波特率估计的影响，如图 4 所示。

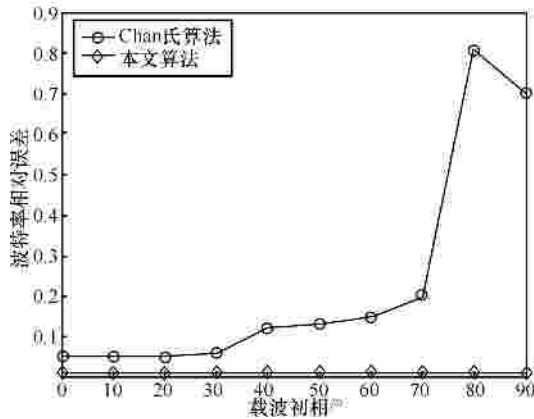


图 4 不同载波初相下算法对比

由实验 3 可知，本文算法不受输入信号初始相位的影响，而 Chan 氏算法在  $70^\circ\sim 90^\circ$  区间估计误差显著增大，其原因在式(5)和式(15)中已给出分析。

实验 4 载波初始相位  $q_c = 0^\circ$ ，当信噪比变化时，分别考察本文算法对 2PSK、4PSK 和 8PSK 信号波特率估计的影响，如图 5 所示。

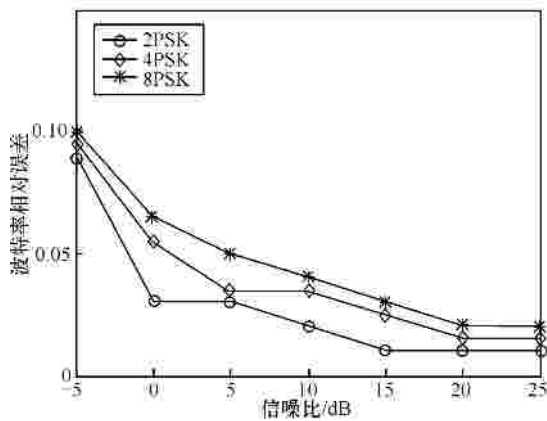


图 5 不同信号的估计误差

由实验 4 可知，本文算法对于不同的 PSK 信号都具有较好的韧性，均能在较低信噪比下对波特率准确估计。而且在信号的进制数未知的情况下，也能准确估计波特率，真正实现波特率的盲估计。

### 5 结束语

本文研究了小波变换技术在数字调制信号波特率提取方面的应用，考虑信号载波初始相位对估计有较大影响，提出了一种基于锁相环和小波变换的波特率估计新算法。在对信号预处理后进行载波同步提取信号包络，再经小波变换，完成对信号波特率的准确估计。与经典的 Chan 氏算法相比，在较低信噪比下仍有很好的精度，并且对载波的随机初始相位不敏感。该方法同样适用于 QAM、ASK 和 FSK 等数字调制信号，具有很好的推广价值。

### 参考文献：

- [1] MAZET L, LOUBATON P. Cyclic correlation based symbol rate estimation[A]. The Thirty-Third Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers[C]. Pacific Grove, CA, USA, 1999. 1008-1012.
- [2] CIBLAT P, LOUBATON P, SERPEDIN E. Asymptotic analysis of blind cyclic correlation-based symbol-rate estimators[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2002, 48 (7): 1922-1934.
- [3] JIN Y, JI H. Statistical characteristics of stationary processes in cyclic autocorrelation based PSK symbol rate estimation[A]. Proceedings of 2007 Chinese Control Conference[C]. Hunan, China, 2007. 192-195.
- [4] CHAN Y T, PLEWS J W, HO K C. Symbol rate estimation by the wavelet transform[A]. 1997 IEEE International Symposium on Circuits and Systems[C]. Hong Kong, China, 1997. 177-180.
- [5] PLEWS J W. Estimating the Symbol Rate of an M-ary PSK Signal Using the Haar Wavelet Transform[D]. Master Thesis, Royal Military College, 1996.
- [6] XU J, WANG F, WANG Z. The improvement of symbol rate estimation by the wavelet transform[A]. Proceedings of 2005 International Conference on Communications, Circuits and Systems[C]. Hong Kong, China, 2005. 100-103.
- [7] CHI Q, YUAN J, CHEN X. The CWT estimation of PSK symbol rate estimation used for radar recognition[A]. 2009 IET International Radar Conference[C]. Guilin, China, 2009. 1-4.
- [8] XU H, ZHOU Y, HUANG Z. Blind roll-off factor and symbol rate estimation using IFFT and least squares estimator[A]. International Conference on Wireless Communications, Networking and Computing[C]. Shanghai, China, 2007. 1052-1055.

- [9] GAO Y, LI M, HUANG Z. A symbol rate estimation algorithm based on Morlet wavelet transform and autocorrelation[A]. IEEE Youth Conference on Information, Computing and Telecommunication[C]. Beijing, China, 2009. 239-242.
- [10] RAHMAN S H, AHMED A I, MOHAMED O A. Analysis and performance evaluation of a digital carrier synchronizer for modem applications[A]. IEEE International Symposium on Circuits and Systems[C]. New Orleans, LA, USA, 2007. 417-420.
- [11] 陈邦媛. 射频通信电路[M]. 北京: 科学出版社, 2002. 288-367.  
CHEN B Y. Radio Frequency Communication Circuits[M]. Beijing: Science Press, 2002. 288-367.
- [12] PROAKIS J G, SALEHI M. Digital Communications[M]. New York: MacGraw-Hill, 2008. 290-325.

## 作者简介：



夏楠 (1983-), 男, 辽宁大连人, 大连理工大学电子信息与电气工程学部博士生, 主要研究方向为通信信号处理等。

邱天爽 (1954-), 男, 江苏海门人, 博士, 大连理工大学电子信息与电气工程学部教授、博士生导师, 主要研究方向为数字信号处理理论与应用等。

李景春 (1966-), 男, 河北宁晋人, 博士, 教授级高级工程师, 国家无线电监测中心副主任兼总工程师, 主要研究方向为无线电监测理论与应用等。

.....

(上接第 95 页)

- [15] BARHUMI I, LEUS G, MOONEN M. Optimal training design for MIMO OFDM systems in mobile wireless channels[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2003, 51(6): 1615-1624.
- [16] TICHAUSKY P, MURAVCHIK C H, NEHORAI A. Posterior Cramér-Rao bounds for discrete-time nonlinear filtering[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1998, 46(5): 1386-1396.



牛斌 (1963-), 男, 辽宁沈阳人, 辽宁大学信息学院教授、硕士生导师, 主要研究方向为嵌入式系统设计及数字信号处理。

## 作者简介：



景源 (1980-), 男, 辽宁辽阳人, 博士, 辽宁大学信息学院讲师, 主要研究方向为宽带无线通信技术、图像及视频处理、数字信号处理理论及应用。



邵滢滢 (1978-), 女, 辽宁铁岭人, 博士, 辽宁大学信息学院副教授, 主要研究方向为地理信息系统、图像处理、数字信号处理理论及应用。